

例39

n 本の直線で、交点が a_n 個 ありとせよ

$n=1$ のとき $a_1 = 0$

中村学習塾

n 本の直線で 交点が a_n 個 ありとせよ.

$(n+1)$ 本の直線ととると、直線 l_{n+1} は、
すでにあり n 本の直線と n 個の交点をもつ
ことになり、

$$a_{n+1} = a_n + n$$

中村学習塾

よって、

$$a_{n+1} - a_n = n$$

数列 $\{a_n\}$ の階差数列の一般項が n

よって $n \geq 2$ のとき

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} k \quad (n \geq 2)$$

中村学習塾

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$= 0 + \frac{1}{2}(n-1)\{n-1+1\}$$

$$= \frac{1}{2}n(n-1)$$

$$= \frac{1}{2}(n^2 - n)$$

$$a_n = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

中村学習塾

$n=1$ のとき

$$a_1 = \frac{1}{2} \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 = 0$$

よって $n=1$ のときも成り立つ

$$\therefore a_n = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

中村学習塾

中村学習塾

中村学習塾