練7 P182

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

両辺をxで微分すると

$$\frac{2x}{a^2}+\frac{d}{dx}\frac{y^2}{b^2}=0$$

$$\frac{2x}{a^2}+\frac{d}{dy}\frac{y^2}{b^2}\frac{dy}{dx}=0$$

$$\frac{2x}{a^2}+\frac{2y}{b^2}\frac{dy}{dx}=0$$

$$\frac{2y}{b^2}\frac{dy}{dx}=-\frac{2x}{a^2}$$

$y \neq 0$ のとき

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{2x}{a^2}\cdot\frac{b^2}{2y}$$

$$=-\frac{b^2x}{a^2y}$$

点 (x_1, y_1) より

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{b^2x_1}{a^2y_1}$$

傾き $-\frac{b^2x_1}{a^2y_1}$，点 (x_1, y_1) を通る接線の方程式は

$$y-y_1=-\frac{b^2x_1}{a^2y_1}(x-x_1)$$

$$a^2y_1(y-y_1)=-b^2x_1(x-x_1)$$

$$a^2y_1y-a^2y_1^2=-b^2x_1x+b^2x_1^2$$

両辺を a^2b^2 でわると

$$\frac{y_1y}{b^2}-\frac{y_1^2}{b^2}=-\frac{x_1x}{a^2}+\frac{x_1^2}{a^2}$$

$$\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2} \cdots ①$$

ここで

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ より，点 (x_1, y_2) を代入すると

$$\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1$$

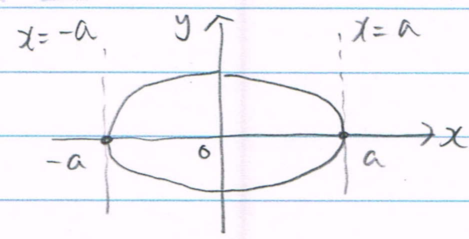
よって ①は

$$\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$$

接線の方程式は

$$\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$$

$y=0$ のとき



接線の方程式は $x=-a$，$x=a$ である

$\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$ について $y=0$ のとき

つまり $(x_1, y_1)=(a, 0), (-a, 0)$ のとき

$$\frac{ax}{a^2}=1$$

$$x=a$$

$$\frac{-ax}{a^2}=1$$

$$x=-a$$

よって $y=0$ のときも $\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$ は成立

$$\therefore \frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$$