練1　p101

n本のとき、交点 a_n 個とする。

1本のとき交点はないので

$n=1$ のとき、$a_1=0$ …①

また、$(n+1)$本目の直線 l は、交点を n 個もつので

$$a_{n+1}=a_n+n \quad \cdots ②$$

②は $a_{n+1}-a_n=n$ で数列 $\{a_n\}$ の階差数列の一般項は n

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k=\frac{1}{2}n(n+1)$

よって $n \geqq 2$ のとき

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1} k$$
$$=0+\frac{1}{2}(n-1)(n)$$
$$=\frac{1}{2}n(n-1) \quad \cdots ③$$

③について、$n=1$ のとき

$$a_1=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot(1-1)=0$$

よって ①と一致するので、③は、$n=1$ でも成り立つ

$\therefore\ a_n=\frac{1}{2}n(n-1) \quad (n \geqq 1)$