

④ P83

$$a_n = ar^{n-1} \quad \text{と置く}$$

第2項が3より

$$ar^{2-1} = 3$$

$$ar = 3 \quad \dots \textcircled{1}$$

初項から第3項までの和が13より

$r \neq 1$ のとき

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\frac{a(r^3 - 1)}{r - 1} = 13$$

$$\frac{a(r^3 - 1^3)}{r - 1} = 13$$

$$\frac{a(r-1)(r^2+r+1)}{r-1} = 13$$

$$a(r^2+r+1) = 13 \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$\begin{cases} ar = 3 & \dots \textcircled{1} \\ a(r^2+r+1) = 13 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①より

$$a = \frac{3}{r}$$

②に代入

$$\frac{3}{r}(r^2+r+1) = 13$$

$$3(r^2+r+1) = 13r$$

$$3r^2+3r+3 = 13r$$

$$3r^2-10r+3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad -1 \quad -1 \\ 1 \quad -3 \quad -9 \\ \hline \end{array}$$

-10

$$(3r-1)(r-3) = 0$$

$$r = \frac{1}{3}, 3$$

$$r = \frac{1}{3} \text{ のとき } ar = 3 \text{ より}$$

$$\frac{1}{3}a = 3$$

$$a = 9$$

$$r = 3 \text{ のとき } ar = 3$$

$$3a = 3$$

$$a = 1$$

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

よって $a=1, r=3$ 又は $a=9, r=\frac{1}{3}$

∴ 初項1, 公比3

又は 初項9, 公比 $\frac{1}{3}$

$r=1$ のとき 第2項が3より、公比が1なので

初項から第3項までの和、3である

よって 初項から第3項までの和

$$3+3+3 = 9$$

題意と異なる。

よって $r=1$ は不適。