$\boxed{10}$ P30

$S_n = 4\cdot1 + 7\cdot4 + 10\cdot4^2 + 13\cdot4^3 + \cdots + (3n+1)\cdot4^{n-1}$ …①

$4S_n = 4\cdot4 + 7\cdot4^2 + 10\cdot4^3 + \cdots + \{3(n-1)+1\}\cdot4^{n-1} + (3n+1)\cdot4^n$ …②

① − ② より

$-3S_n = 4\cdot1 + 3\cdot4 + 3\cdot4^2 + 3\cdot4^3 + \cdots + 3\cdot4^{n-1} - (3n+1)\cdot4^n$

$= 4\cdot1 + 12\cdot1 + 12\cdot4^1 + 12\cdot4^2 + \cdots + 12\cdot4^{n-2} - (3n+1)\cdot4^n$

$= 4\cdot1 + \underbrace{12\cdot4^0 + 12\cdot4^1 + 12\cdot4^2 + \cdots + 12\cdot4^{n-2}} - (3n+1)\cdot4^n$

初項12，公比4，一般項 $12\cdot4^{n-1}$ で
初項から第 $(n-1)$ 項までの和

$= 4\cdot1 + \dfrac{12(4^{n-1}-1)}{4-1} - (3n+1)\cdot4^n$

$= 4\cdot1 + 4(4^{n-1}-1) - (3n+1)\cdot4^n$

$= 4 + 4^n - 4 - (3n+1)\cdot4^n$

$= 4^n - (3n+1)\cdot4^n$

$= 4^n\{1-(3n+1)\}$

$= 4^n(-3n)$

$-3S_n = -3n\cdot4^n$

$S_n = n\cdot4^n$

$\therefore\ S_n = n\cdot4^n$

公式
等比数列
$a_n = a\cdot r^{n-1}$
$S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r} = \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$

解法
a_n = 等差数列 × 等比数列 の和 S_n の求め方は，
等比数列 の公比 r を使って，
$S_n - rS_n$ を計算すると解ける