5 P180

すべて底3の対数に直す，また真数はすべて$\sqrt{\ }$であらわす

$0 = \log_3 1 = \log_3 \sqrt{1}$

$1 = \log_3 3 = \log_3 \sqrt{9}$

$\log_3 2^{1.5} = \log_3 2^{\frac{3}{2}} = \log_3 2^{3\times\frac{1}{2}} = \log_3 (2^3)^{\frac{1}{2}} = \log_3 \sqrt{2^3} = \log_3 \sqrt{8}$

$\log_3 3^{1.5} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \log_3 3^{3\times\frac{1}{2}} = \log_3 (3^3)^{\frac{1}{2}} = \log_3 \sqrt{3^3} = \log_3 \sqrt{27}$

$\log_3 0.5^{1.5} = \log_3 0.5^{\frac{3}{2}} = \log_3 0.5^{3\times\frac{1}{2}} = \log_3 (0.5^3)^{\frac{1}{2}} = \log_3 \sqrt{0.5^3} = \log_3 \sqrt{0.125}$

$\sqrt{0.125} < \sqrt{1} < \sqrt{8} < \sqrt{9} < \sqrt{27}$ で，底3は1より大きいので

$\log_3 \sqrt{0.125} < \log_3 \sqrt{1} < \log_3 \sqrt{8} < \log_3 \sqrt{9} < \log_3 \sqrt{27}$

よって

$\log_3 0.5^{1.5} < 0 < \log_3 2^{1.5} < 1 < \log_3 3^{1.5}$

$\log_a x < \log_a y$ のとき

(i) $a>1$ のとき $x<y$

(ii) $0<a<1$ のとき $x>y$