練17　P183

$f(x) = x^3 + ax^2 - 9x + b$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 9$

$x=-1$ で 極大値 8 をとるので

$f(-1) = 8$,　$f'(-1) = 0$　となるので

$f(-1) = (-1)^3 + a\cdot(-1)^2 - 9\cdot(-1) + b = 8$

$-1 + a + 9 + b = 8$

$a + b = 0$

$f'(-1) = 3\cdot(-1)^2 + 2a\cdot(-1) - 9 = 0$

$3 - 2a - 9 = 0$

$-2a = 6$

$a = -3$

よって

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ a = -3 \end{cases}$$

よって　$b = 3$

$a=-3$, $b=3$ のとき $f(x)$ は

$f(x) = x^3 + ax^2 - 9x + b$

$= x^3 - 3x^2 - 9x + 3$

増減表をかいて

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$

$= 3(x^2 - 2x - 3)$

$= 3(x-3)(x+1)$

$f'(x) = 0$ のとき　$x = -1, 3$

x	…	-1	…	3	…
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	8	↘	−15	↗

$f(-1) = (-1)^3 - 3\cdot(-1)^2 - 9\cdot(-1) + 3$

$= -1 - 3 + 9 + 3$

$= 8$

$f(3) = 3^3 - 3\cdot 3^2 - 9\cdot 3 + 3$

$= 27 - 27 - 18 + 3$

$= -15$

$y=f(x)$ が $x=-1$ で 極大値 8 をとる

$\Longrightarrow$ $f(-1)=8$ かつ $f'(-1)=0$

すなわち $a=-3$, $b=3$

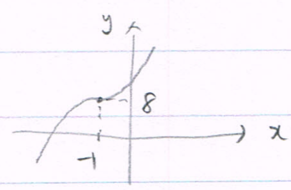
は、成り立つ。 逆に

$y=f(x)$ が $x=-1$　〃　とる

$\Longleftarrow$ $f(-1)=8$ かつ $f'(-1)=0$

すなわち $a=-3$, $b=3$

は、必ずしも成り立たない



グラフのようになることがあるから。

よって $a=-3$, $b=3$ で $y=f(x)$ の増減表をかいて $x=-1$ で極大値 8 となるかどうか確かめる。

増減表より　$x=-1$ で極大値 8 をとることがわかる。

$\therefore$ $a=-3$, $b=3$

$x=3$ のとき 極小値 -15