

25) P224

$y = |x^2 - 2x - 3|$ のグラフをかきな

(i) $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ のとき

すなわち $x^2 - 2x - 3 \geq 0$

$(x+1)(x-3) \geq 0$

$x \leq -1, 3 \leq x$ のとき

$y = |x^2 - 2x - 3|$

$= x^2 - 2x - 3$ (下に凸の放物線)

x軸との交点のx座標は

$y=0$ のとき $x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x+1)(x-3) = 0$

$x = -1, 3$

(ii) $x^2 - 2x - 3 < 0$ のとき

すなわち $x^2 - 2x - 3 < 0$

$(x+1)(x-3) < 0$

$-1 < x < 3$ のとき

$y = |x^2 - 2x - 3|$

$= -(x^2 - 2x - 3)$

$= -x^2 + 2x + 3$ (上に凸の放物線)

x軸との交点のx座標は

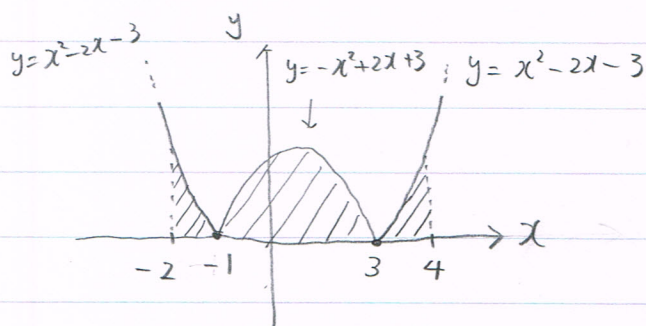
$y=0$ のとき $-x^2 + 2x + 3 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x+1)(x-3) = 0$

$x = -1, 3$

(i)(ii)より, $y = |x^2 - 2x - 3|$ のグラフをかきな



公式 ($\alpha < \beta$ のとき)

(i) $(x-\alpha)(x-\beta) \geq 0$ のとき

$x \leq \alpha, \beta \leq x$

(ii) $(x-\alpha)(x-\beta) \leq 0$ のとき

$\alpha \leq x \leq \beta$

公式

$|x|$ の場合

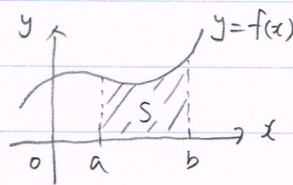
(i) $x \geq 0$ のとき $|x| = x$

(ii) $x < 0$ のとき $|x| = -x$

公式

$\int_a^b f(x) dx$ の意味: 区間 $a \leq x \leq b$ での

グラフ $y=f(x)$ と x軸との間に囲まれた部分の面積のこと



$\int_a^b f(x) dx = S$

$$\begin{aligned} & \int_{-2}^4 |x^2 - 2x - 3| dx \\ &= \int_{-2}^{-1} (x^2 - 2x - 3) dx + \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x + 3) dx \\ & \quad + \int_3^4 (x^2 - 2x - 3) dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x \right]_{-2}^{-1} + \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x \right]_{-1}^3 \\ & \quad + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x \right]_3^4 \\ &= \left(-\frac{1}{3} - 1 + 3 \right) - \left(-\frac{8}{3} - 4 + 6 \right) \\ & \quad + \left(-9 + 9 + 9 \right) - \left(\frac{1}{3} + 1 - 3 \right) \\ & \quad + \left(\frac{64}{3} - 16 - 12 \right) - \left(9 - 9 - 9 \right) \\ &= -\frac{1}{3} + 2 + \frac{8}{3} - 2 + 9 - \frac{1}{3} + 2 \\ & \quad + \frac{64}{3} - 28 + 9 \\ &= 13 + \frac{64}{3} - 19 \\ &= \frac{46}{3} \end{aligned}$$