練習問題 P60

$\boxed{1}$

(1) 二項定理より

$(a+b)^n = \cdots\cdots {}_nC_r a^{n-r} b^r + \cdots\cdots \quad (r=0,1,2,\cdots n)$

$= {}_nC_0 a^n b^0 + {}_nC_1 a^{n-1} b^1 + \cdots + {}_nC_r a^{n-r} b^r + \cdots + {}_nC_{n-1} a^1 b^{n-1} + {}_nC_n a^0 b^n$

ここで

$a=1,\ b=-1$ とすると

$(1-1)^n = {}_nC_0 1^n \cdot (-1)^0 + {}_nC_1 1^{n-1} \cdot (-1)^1 + \cdots + {}_nC_r 1^{n-r} \cdot (-1)^r + \cdots + {}_nC_{n-1} 1^1 \cdot (-1)^{n-1} + {}_nC_n 1^0 \cdot (-1)^n$

$= {}_nC_0 - {}_nC_1 + {}_nC_2 - \cdots + (-1)^n {}_nC_n$

$0 = {}_nC_0 - {}_nC_1 + {}_nC_2 - \cdots + (-1)^n {}_nC_n$

よって

$\therefore\ {}_nC_0 - {}_nC_1 + {}_nC_2 - \cdots + (-1)^n {}_nC_n = 0$

(2) 二項定理より

$(a+b)^n = \cdots + {}_nC_r a^{n-r} b^r + \cdots \quad (r=0,1,2,\cdots n)$

$= {}_nC_0 a^n b^0 + {}_nC_1 a^{n-1} b^1 + \cdots + {}_nC_r a^{n-r} b^r + \cdots + {}_nC_{n-1} a^1 b^{n-1} + {}_nC_n a^0 b^n$

ここで

$a=1,\ b=-2$ とおくと

$(1-2)^n = {}_nC_0 1^n \cdot (-2)^0 + {}_nC_1 1^{n-1} \cdot (-2)^1 + {}_nC_2 1^{n-2} \cdot (-2)^2 + \cdots + {}_nC_n 1^0 \cdot (-2)^n$

$(-1)^n = {}_nC_0 - 2 \cdot {}_nC_1 + 2^2 \cdot {}_nC_2 - \cdots + (-2)^n \cdot {}_nC_n$

$\therefore\ {}_nC_0 - 2 \cdot {}_nC_1 + 2^2 \cdot {}_nC_2 - \cdots + (-2)^n \cdot {}_nC_n = (-1)^n$